In the Name of God
© Mohammad Azadi, PhD. All rights reserved.

Mechanics of Composite Materials

Document Type: *Take-Home Exam November 2020*

Semnan university

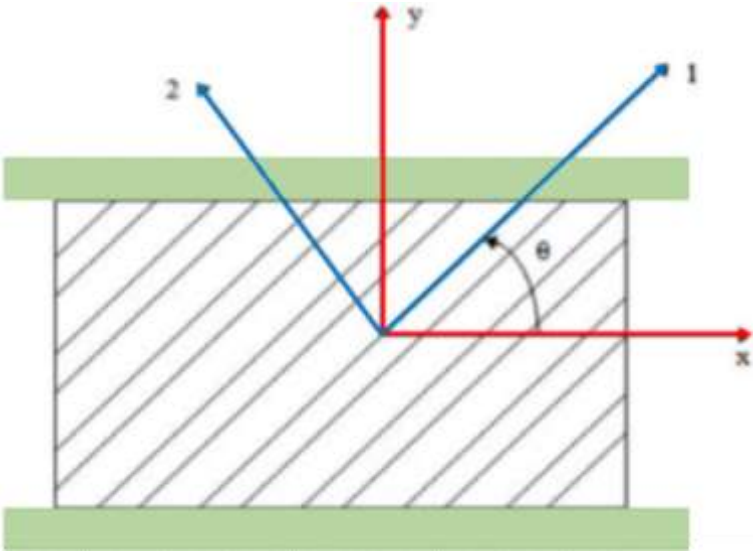
۱- یک کامپوزیت تک‌لایه جهت‌دار را از جنس الیاف کولار و رزین درنظر بگیرید. مسئله بصورت تنش صفحه‌ای بوده و ضمنا دیواره‌های بالایی و پایینی کامپوزیت، بدون اصطکاک هستند. در صورتی که زاویه الیاف کولار با محور افقی، ۴۵ درجه باشد، مطلوب است:

الف) مولفه‌های ماتریس‌های نرمی کاهش یافته، سفتی کاهش یافته، نرمی انتقال یافته/ کاهش یافته و سفتی انتقال یافته/ کاهش یافته را برای کامپوزیت فوق بدست آورید.

ب) با توجه به شرایط مرزی، مولفه‌های تانسور تنش صفحه‌ای و تانسور کرنش را در هر دو مختصات محلی و کلی، محاسبه نمایید.

ج) در صورتی که اختلاف دمای ایجاد شده، ۲۰۰ درجه فارنهایت باشد، کرنش‌های حرارتی را در هر دو مختصات محلی و کلی، تعیین نمایید.

د) مولفه‌های بردار خواص رطوبتی کامپوزیت مد نظر در هر دو مختصات محلی و کلی، چه مقداری باشند تا در تغییر وزن واحد، کرنش کل صفر شود.



In The Name of God
© Dr. Mohammad Azadi, all rights reserved.

Mechanics of Composite Materials

Document Type: *Take-Home Exam November 2020*

Semnan university

A (25)

$E_1 = 11 \times 10^6\ (psi)$
$E_2 = 0.8 \times 10^6\ (psi)$
$\nu_{12} = 0.34$
$\nu_{23} = 0.37$
$G_{12} = 0.3 \times 10^6\ (psi)$
$G_{23} = 0.20 \times 10^6\ (psi)$
$\alpha_1 = -2.2 \times 10^{-6}\ (\frac{1}{^\circ F})$
$\alpha_2 = 32 \times 10^{-6}\ (\frac{1}{^\circ F})$

(5)

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9.09 \times 10^{-8} & -3.09 \times 10^{-8} & 0 \\ -3.09 \times 10^{-8} & 1.25 \times 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 3.33 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

(5)

$$Q = S^{-1} = \begin{bmatrix} 1.11 \times 10^7 & 2.74 \times 10^5 & 0 \\ 2.74 \times 10^5 & 8.07 \times 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 300000 \end{bmatrix}$$

(5)

$m = \cos 45^\circ\ \&\ n = \sin 45^\circ$

$$T_1 = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & -1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & -0.5 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Q} = T_1^{-1}.Q.T_2 = \begin{bmatrix} 3.41 \times 10^6 & 2.81 \times 10^6 & 2.57 \times 10^6 \\ 2.81 \times 10^6 & 3.41 \times 10^6 & 2.57 \times 10^6 \\ 2.57 \times 10^6 & 2.57 \times 10^6 & 2.84 \times 10^6 \end{bmatrix}$$

(5)

$$\bar{S} = T_2^{-1}.Q.T_1 = \begin{bmatrix} 1.15 \times 10^{-6} & -5.14 \times 10^{-7} & -5.80 \times 10^{-7} \\ -5.14 \times 10^{-7} & 1.15 \times 10^{-6} & -5.80 \times 10^{-7} \\ -5.80 \times 10^{-7} & -5.80 \times 10^{-7} & 1.40 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

(5)

B (25)

$\epsilon_y = \sigma_x = \tau_{xy} = 0$

(5)

$\{\sigma\}_x = [\bar{Q}].\{\epsilon^\sigma\}_x$
$3.41 \times 10^6.\epsilon_x + 2.57 \times 10^6.\gamma_{xy} = 0$
$2.81 \times 10^6.\epsilon_x + 2.57 \times 10^6.\gamma_{xy} = \sigma_y$
$2.57 \times 10^6.\epsilon_x + 2.84 \times 10^6.\gamma_{xy} = 0$
$\rightarrow \epsilon_x = \gamma_{xy} = \sigma_y = 0 \rightarrow \{\sigma\}_x = \{\epsilon^\sigma\}_x = 0$

(10)

$\{\sigma\}_1 = [T_1]\{\sigma\}_x = [0]$
$\{\epsilon^\sigma\}_1 = [T_2]\{\epsilon^\sigma\}_x = [0]$

(10)

C (25)

$$\{\alpha\}_1 = \begin{Bmatrix} -2.2 \times 10^{-6} \\ 32 \times 10^{-6} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\epsilon^{th}\}_1 = \{\alpha\}_1.\Delta T = \begin{Bmatrix} -0.0004 \\ 0.0064 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(12.5)

$$\{\alpha\}_x = [T_2]^{-1}.\{\alpha\}_1 = \begin{Bmatrix} 1.49 \times 10^{-5} \\ 1.49 \times 10^{-5} \\ -3.42 \times 10^{-5} \end{Bmatrix}$$

$$\{\epsilon^{th}\}_x = \{\alpha\}_x.\Delta T = \begin{Bmatrix} 0.0030 \\ 0.0030 \\ -0.0068 \end{Bmatrix}$$

(12.5)

D (25)

$\{\epsilon^T\}_x = \{\epsilon^\sigma\}_x + \{\epsilon^{th}\}_x + \{\epsilon^H\}_x$

(5)

$$\{\epsilon^H\}_x = \{0\} - \{\epsilon^\sigma\}_x - \{\epsilon^{th}\}_x = \begin{Bmatrix} -0.0030 \\ -0.0030 \\ 0.0068 \end{Bmatrix}$$

(10)

$$\{\epsilon^H\}_1 = [T_2]^{-1}.\{\epsilon^H\}_x = \begin{Bmatrix} 0.0004 \\ -0.0064 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(10)

Total (100)