

طراحی آزمایش ها

ارائه کننده: محمد آزادی

عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی مکانیک

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

در این ارائه، ابتدا مقدماتی بر طراحی آزمایش ها و تئوری های مربوطه آورده شده است. در ادامه نیز، با استفاده از یک نرم افزار تخصصی در زمینه طراحی آزمایش ها، مثالی عملی ارائه خواهد شد.

کاربرد طراحی آزمایش ها

- تحلیل داده های موجود (تجربی و عددی)
- بررسی اثر پارامترهای ورودی مختلف بر خروجی های یک مسئله
 - ❖ میزان تاثیر هر یک از ورودی ها بر خروجی ها
 - ❖ موثر بودن یا موثر نبودن ورودی ها
 - ❖ بهینه سازی مقادیر ورودی بر اساس کمینه و بیشینه خروجی ها
- طراحی آزمون برای کاهش هزینه و زمان

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

واژه طراحی آزمون:

Design of Experiments (DOE) □

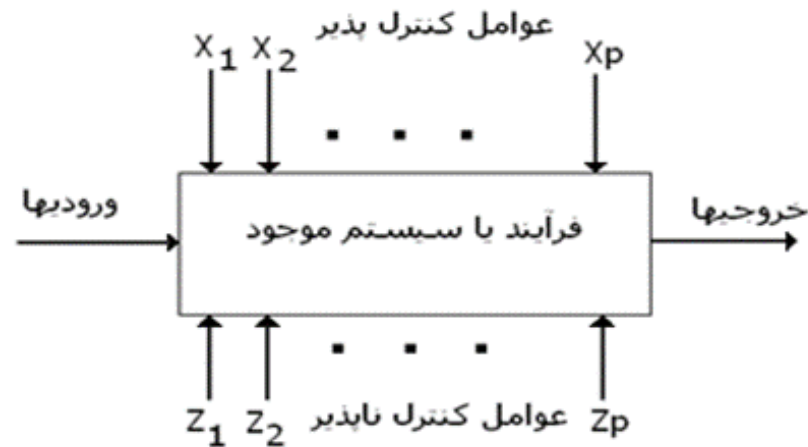
تعریف آزمون:

در تمامی زمینه های واقعی تحقیق، معمولاً آزمایش هایی به وسیله پژوهشگران برای کشف موضوعی درباره فرآیند یا سیستمی خاص انجام می شود. به معنای واقعی کلمه، آزمایش یک آزمون یا داده است. آزمایش طرح شده، یک آزمون یا دنباله ای از آزمون هاست که در آن ها تغییرات مورد نظر، در متغیرهای ورودی فرآیند یا سیستم اعمال می شوند، به قسمی که می توان علل تغییرات در پاسخ خروجی را مشاهده و مشخص نمود.

ورودی ها و خروجی ها:

معمولا می توان فرآیند را به صورت ترکیبی از ماشین ها، روش ها، اشخاص و منابع دیگری تصور کرد که بعضی از ورودی ها را تبدیل به خروجی هایی می کنند که یک یا چند پاسخ قابل مشاهده دارند. بعضی از متغیرها در یک فرآیند، کنترل پذیر و برخی کنترل ناپذیرند.

فرآیند یا سیستم تحت مطالعه را می توان به وسیله مدل زیر معرفی کرد.



اهداف آزمون:

- تعیین متغیرهایی که بیشترین تأثیر را در پاسخ دارند.
- تعیین موقعیت متغیرهای مؤثر به طوری که تقریباً پاسخ، همیشه نزدیک مقدار اسمی مطلوب باشد.
- تعیین موقعیت متغیرهای مؤثر به طوری که تغییرپذیری پاسخ کوچک باشد.
- تعیین موقعیت متغیرهای مؤثر به طوری که اثرهای متغیرهای کنترل ناپذیر کمینه شوند.

نتایج کاربردی:

- نتایج فرآیند را اصلاح کند.
- تغییرپذیری را کاهش داده و مطابقت آن را با نیازهای هدف یا اسمی نزدیکتر کند.
- زمان گسترش را کاهش دهد.
- کل هزینه را کاهش دهد.

سه اصل پایه ای طراحی آزمایش

□ تکرار

دو خاصیت مهم تکرار عبارتند از (۱) اینکه محقق را قادر می سازد که برآوردی برای خطای آزمایشی به دست آورد و (۲) اینکه اگر از میانگین نمونه برای برآورد اثر عاملی در آزمایش استفاده شده باشد، آنگاه تکرار، محقق را قادر می سازد که برآوردی دقیق تر از این اثر، به دست آورد.

□ تصادفی بودن

در استفاده از روش های آماری در طراحی آزمایش ها، تصادفی کردن، مسئله ای بنیادی است. منظور از تصادفی کردن آن است که تخصیص ابزار آزمایش و ترتیبی که با آن، اجراهای فردی یا امتحان های آزمایش انجام می شوند، به تصادف تعیین شده باشند. در روش های آماری لازم است که مشاهدات (و یا خطاها) متغیرهای تصادفی باشند که به صورت مستقل توزیع شده اند.

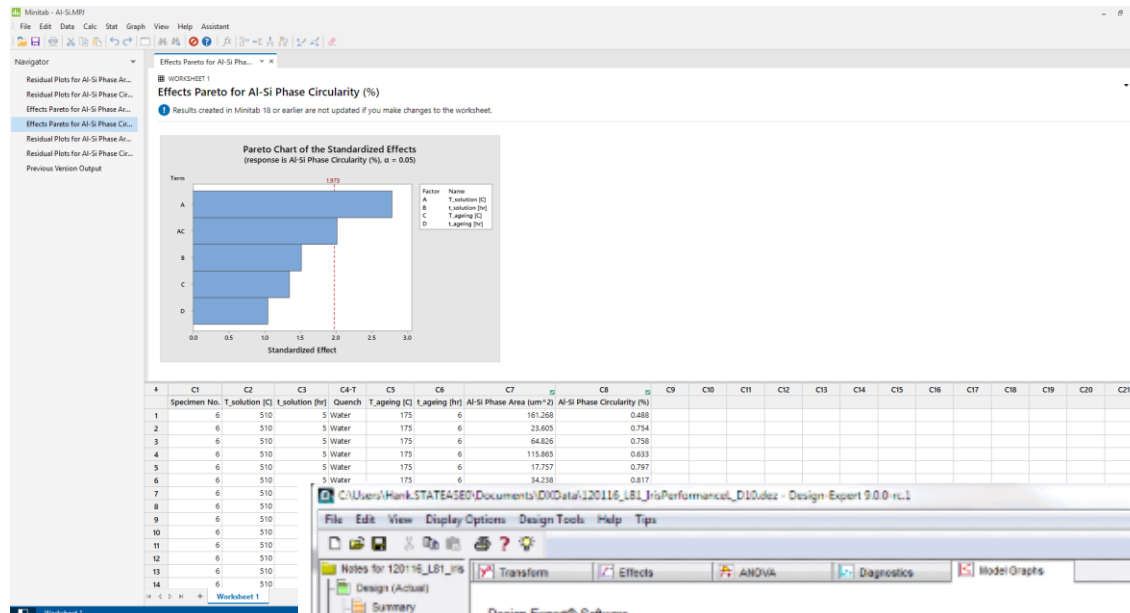
□ بلوک بندی

بلوک بندی، تکنیکی است که برای افزایش دقت آزمایش از آن استفاده می شود. بلوک قسمتی از ابزار آزمایش است که باید متجانس تر از کل مجموعه ابزار باشد. بلوک بندی متضمن انجام مقایسه میان شرایط مورد نظر آزمایش درون هر بلوک است.

مراحل طراحی آزمایش و بهینه سازی:

- شناسایی و بیان مسئله
- انتخاب عوامل و سطوح
- انتخاب متغیر پاسخ
- انتخاب طراحی آزمایش
- انجام آزمایش
- تحلیل داده ها
- نتیجه گیری ها و توصیه ها (بهینه سازی)

طراحی آزمایش و بهینه سازی



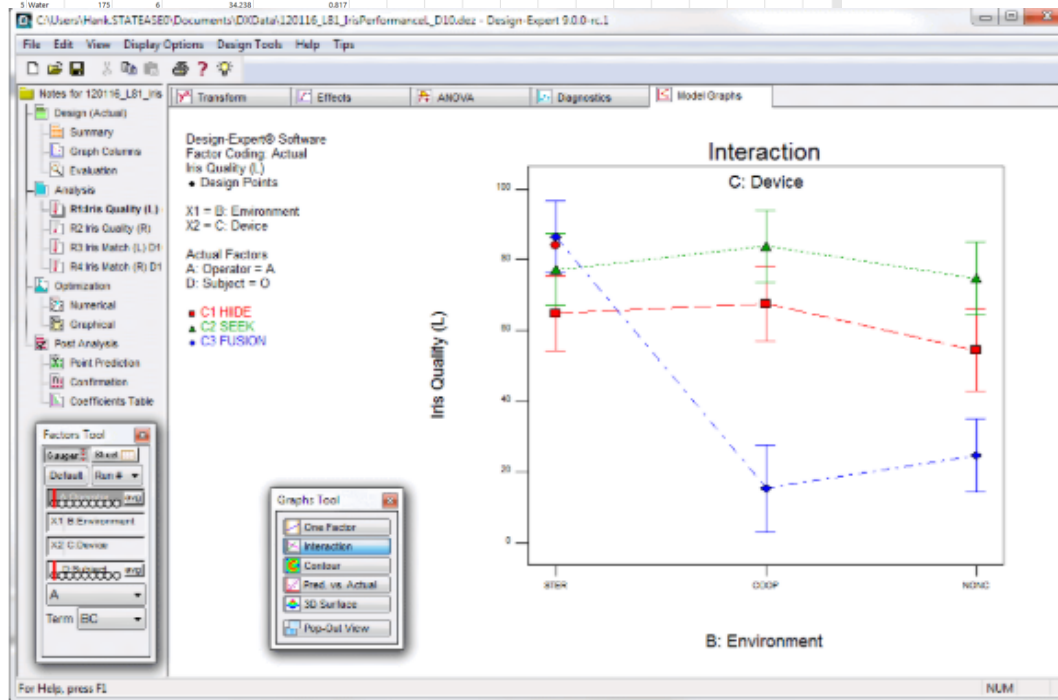
نرم افزارهای مرتبط:

MINITAB

DESIGN-EXPERT

SPSS

...



پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

تحلیل واریانس:

اگر از یک عامل، a تیمار یا a سطح متفاوت وجود داشته که قرار باشد آن ها با هم مقایسه شوند، پاسخ مشاهده شده از هر یک از a تیمار، یک متغیر تصادفی است. به طور مثال، y_{ij} ، j امین مشاهده را تحت i امین تیمار، نشان می دهد. به طور کلی تحت i امین تیمار n مشاهده وجود دارد. داده ها به صورت زیر نمایش داده می شوند:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad : \quad i = 1, 2, \dots, a \quad j = 1, 2, \dots, n$$

y_{ij} مقدار ij امین مشاهده

μ پارامتر مشترک برای تمام تیمارها به نام میانگین کل

τ_i پارامتر ویژه i امین تیمار (انحراف از میانگین)

ε_{ij} مولفه های خطای تصادفی

روش فاکتوریل

تحلیل واریانس داده های یک آزمایش تک عاملی

تیمار (سطح)	مشاهدات				کل	متوسط
1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1n}	y_1	\bar{y}_1
2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2n}	y_2	\bar{y}_2
.
.
.
a	y_{a1}	y_{a2}	...	y_{an}	y_a	\bar{y}_a
					$y_{...}$	$\bar{y}_{...}$

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده:

در مدل اثرهای تثبیت شده، اثرهای تیماری، τ_i معمولاً به صورت انحراف از میانگین کل تعریف می شوند.

$$\sum_{i=1}^a \tau_i = 0$$

اگر y_i که مجموع مشاهدات تحت i امین تیمار و \bar{y}_i متوسط مشاهدات تحت i امین تیمار باشد. به تشابه فرض شود که $y_{..}$ مجموع تمام مشاهدات و $\bar{y}_{..}$ میانگین کل مشاهدات باشد، آنگاه:

$$y_i = \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad , \quad \bar{y}_i = \frac{y_i}{n} \quad i = 1, 2, \dots, a$$

$$y_{..} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad , \quad \bar{y}_{..} = \frac{y_{..}}{N}$$

در معادله بالا $N=an$ تعداد کل مشاهدات است. ملاحظه می‌گردد که نماد نقطه در زیرنویس دلالت بر مجموع یابی نسبت به زیرنویسی می‌کند که نقطه بجای آن نشسته است

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

تجزیه کل مجموع مربعات:

نام تحلیل واریانس از افراز کل تغییرپذیری به اجزای آن آمده است. از کل مجموع مربعات تصحیح شده، یعنی:

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

به عنوان اندازه ای از کل تغییرپذیری در داده ها استفاده می شود. به طور شهودی این موضوع منطقی است، زیرا اگر SS_{total} را بر تعداد درجات آزادی آن (در این حالت $N-1=an-1$) تقسیم می شود، واریانس نمونه ای y بدست می آید و واریانس نمونه البته اندازه متعارف تغییرپذیری است.

توجه کنید که کل مجموع مربعات تصحیح شده، SS_{total} را می توان به صورت زیر نوشت:

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{j=1}^n (\bar{y}_j - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

تجزیه کل مجموع مربعات:

در نتیجه:

$$SS_{total} = SS_{treatment} + SS_{error}$$

$SS_{treatment}$ مجموع مربعات حاصل از تیمارها (یعنی، بین تیمارها)

SS_{error} مجموع مربعات حاصل از خطا (یعنی، درون تیمارها)

کلا $N=an$ مشاهده وجود دارد، پس، $N-1$ درجه آزادی دارد. برای عامل، a سطح وجود دارد (و a میانگین تیماری)، بنابراین دارای $a-1$ درجه آزادی است. بالاخره درون هر تیمار n تکرار وجود دارد که دارای $n-1$ درجه آزادی است که در برآورد خطای آزمایش به کار می رود.

تجزیه کل مجموع مربعات:

کمیت های $MS_{treatment}$ و MS_{error} را میانگین مربعات می گویند که به صورت زیر می باشند:

$$MS_{treatment} = \frac{SS_{treatment}}{a - 1}$$

$$MS_{error} = \frac{SS_{error}}{N - a}$$

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

تحلیل آماری:

آماره آزمون برای فرض عدم وجود اختلاف در میانگین تیمارها به صورت زیر است:

$$F_0 = \frac{M_{Streatmnt}}{M_{Serror}}$$

برای اینکه میانگین تیمارها متفاوت باشد، باید شرط زیر برقرار گردد:

$$F_0 > F_{\alpha, a-1, N-a}$$

که را می توان از جدول های ANOVA به دست آورد.

تحلیل آماری:

در آزمون فرض ها ممکن است دو نوع خطا ایجاد شود. احتمال های این دو نوع خطا را با نمادهایی خاص نشان داده می شود.

$$\alpha = P(1st\ type\ of\ error), \quad \beta = P(2nd\ type\ of\ error)$$

شیوه کلی در آزمون فرض ها آن است که مقدار احتمال خطای نوع اول که اغلب به آن، سطح معنی دار بودن یک آزمون گفته می شود، مشخص گردیده و سپس شیوه آزمون طوری انتخاب می گردد که احتمال خطای نوع دوم به صورتی مناسب مقداری کوچک باشد.

در بیشتر نرم افزارهای آماری برای سهولت در تصمیم گیری نسبت به نتیجه آزمون فرض آماری، یک شاخص به نام مقدار احتمال P-Value ارائه می شود، این مقدار به محقق کمک می کند که بدون مراجعه به جداول توزیع های آماری بتواند در مورد رد یا عدم رد فرض صفر تصمیم بگیرد.

تحلیل آماری:

هر چند آزمون فرض شیوه ای مفید است اما گاهی گویای تمامی ماجرا نیست. اغلب به دست آوردن بازه ای که انتظار داریم مقدار پارامتر یا پارامترهای مورد نظر را دربرگیرد، ارجح است. چنین احکام بازه ای را بازه اطمینان می گویند. برای تعریف یک بازه اطمینان، اگر θ پارامتری نامعلوم باشد. برای به دست آوردن بازه برآورد θ ، به تعیین دو آماره L و U به طوریکه:

$$P(L \leq \theta \leq U) = 1 - \alpha$$

بازه $L \leq \theta \leq U$ بازه اطمینان با مقدار $100(1 - \alpha)$ درصد برای پارامتر θ

تعبیر این بازه آن است که اگر در تکرار نمونه گیری تصادفی تعداد زیادی از این گونه بازه ها ساخته شود، $100(1 - \alpha)$ درصد آن ها شامل مقدار واقعی پارامتر θ خواهند بود.

آماره های L و U به ترتیب حدود پایین و بالای اطمینان

$1 - \alpha$ ضریب اطمینان

α سطح ریسک

در تحلیل ها، مقدار α ، برابر با عدد 0.05 است که در آن صورت بازه اطمینان را یک بازه اطمینان 95 درصدی برای θ می نامند.

روش فاکتوریل

تحلیل آماری:

منبع تغییر	مجموع مربعات	درجات آزادی	میانگین مربعات	F_0
بین تیمار	SS_{treatmnt}	a-1	MS_{treatmnt}	$\frac{MS_{\text{treatmnt}}}{MS_{\text{error}}}$
خطا (درون تیمارها)	SS_{error}	N-a	MS_{error}	-
کل	SS_{total}	N-1	-	-

تحلیل آماری:

روابط زیر برای تکمیل جدول فوق، مورد استفاده قرار می گیرد:

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{treatment} = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i.}^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{error} = SS_{total} - SS_{treatment}$$

مقدار F عبارت از نسبت واریانس باقیمانده در یک مدل بدون متغیر پیش‌بینی کننده در مقابل یک مدل با متغیر پیش‌بینی کننده است. اگر مقدار F به اندازه کافی بزرگ باشد نشان می‌دهد که مدل قابل توجه است.

تحلیل آماری:

R^2 (ضریب تعیین)، اندازه‌گیری آماری نزدیک داده‌ها به خط رگرسیون برازش شده است.

هرچه مقدار R^2 بزرگتر باشد، مدل حاصل از داده‌ها مناسبتر است. مقدار R^2 همیشه بین ۰ تا ۱۰۰ درصد است و همیشه با اضافه کردن متغیرهای پیش‌بینی کننده به یک مدل، افزایش می‌یابد. به‌عنوان مثال، R^2 بهترین مدل با پنج متغیر پیش‌بینی کننده، حداقل به اندازه R^2 بهترین مدل با چهار متغیر پیش‌بینی کننده است؛ بنابراین، R^2 هنگامی که مدل‌هایی با داده‌های یکسان مقایسه می‌شود، بسیار مفید است.

رابطه R^2 در زیر آورده شده است:

$$R^2 = \frac{SS_{Model}}{SS_{Total}}$$

SS_{Model} مجموع مربعات مربوط به عامل‌ها و تمامی ضرایب و برهم‌کنش‌های مربوط به عامل‌ها

SS_{Total} مجموع مربعات مربوط به مدل و خطا

تحلیل آماری:

$R^2(adj)$: ضریب تعیین تعدیل شده

زمانی از $R^2(adj)$ استفاده می‌شود که مدل‌هایی با تعداد متفاوت متغیر پیش‌بینی کننده مورد مقایسه باشند. مقدار $R^2(adj)$ همیشه وقتی یک متغیر پیش‌بینی کننده به مدل اضافه می‌شود، حتی اگر هیچ پیشرفت واقعی برای مدل وجود نداشته باشد، افزایش می‌یابد.

مقدار $R^2(adj)$ تعداد متغیرهای پیش‌بینی کننده را در مدل لحاظ می‌کند تا در انتخاب مدل صحیح کمک کند. رابطه $R^2(adj)$ در زیر آورده شده است:

$$Adjusted(R^2) = 1 - \frac{SS_E/df_E}{SS_{Total}/df_{Total}}$$

SS_E مجموع مربعات خطا

df_E تعداد درجه آزادی خطا

df_{Total} تعداد کل درجه آزادی

تحلیل آماری:

همچنین $R^2(pred)$ نشان می‌دهد که یک مدل رگرسیون به چه میزان پیش‌بینی‌ها را درست انجام می‌دهد. از $R^2(pred)$ استفاده می‌شود تا تعیین شود که مدل حاصل، پاسخ برای مشاهدات جدید را چگونه پیش‌بینی می‌کند. مدل‌هایی که مقادیر $R^2(pred)$ بزرگتر دارند، توانایی پیش‌بینی بهتری دارند. $R^2(pred)$ همچنین می‌تواند برای مقایسه مدل‌های $R^2(adj)$ بسیار مفید باشد، زیرا با مشاهداتی که در محاسبه مدل گنجانده نشده است محاسبه می‌شود. رابطه $R^2(pred)$ در زیر آورده شده است:

$$Predicted(R^2) = 1 - \frac{PRESS}{SS_{Total}}$$

$PRESS$ معیاری برای ارزیابی عملکرد مدل جهت پیش‌بینی داده‌های جدید. در واقع $PRESS$ مخفف مجموع مربعات خطای پیش‌بینی است، که بر اساس خطاهای پیش‌بینی حاصل از پیش‌بینی مشاهده A از طریق مدلی که تمام مشاهدات به غیر از مشاهده A را در بر می‌گیرد، محاسبه می‌شود؛ مدلی که از مقدار $PRESS$ کوچکی برخوردار باشد، می‌تواند پیش‌بینی کننده خوبی محسوب شود.

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

روش فاکتوریل

بسیاری از آزمایش ها شامل مطالعه اثرهای دو یا بیشتر از دو عامل اند. به طور کلی برای این نوع آزمایش ها، طرح های عاملی کاراترین هستند. منظور از یک طرح عاملی آن است که در هر امتحان کامل یا تکرار آزمایش تمام ترکیب های ممکن سطوح عامل ها بررسی شوند.

مثلا اگر a سطح برای عامل A و b سطح برای عامل B وجود داشته باشند، آنگاه هر تکرار شامل تمامی ترکیب های تیماری ab است. وقتی عامل ها در طرح عاملی منظور شوند، اغلب گفته می شود که تقاطعی اند. بنا به تعریف، اثر یک عامل برابر با تغییر در پاسخ حاصل به وسیله تعویض سطح آن عامل است. این اثر را اغلب اثر اصلی می نامند، زیرا که به عوامل اصلی مورد نظر مربوط می شود.

روش فاکتوریل

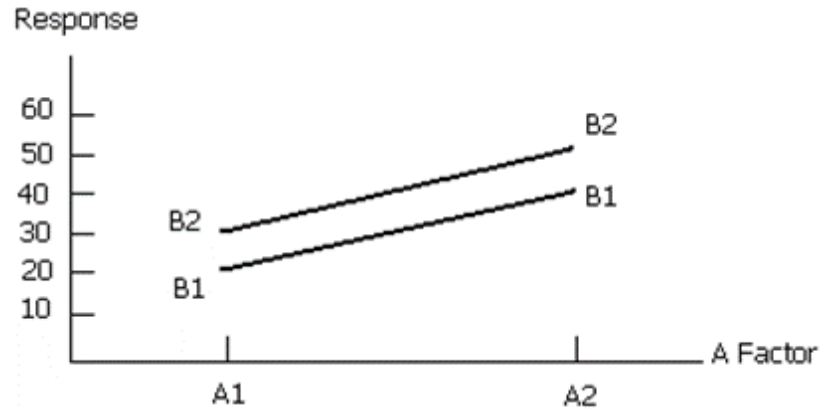
یک آزمایش عاملی بدون اثر متقابل

		عامل B	
		B_1	B_2
عامل A	A_1	۲۰	۳۰
	A_2	۴۰	۵۲

یک آزمایش عاملی با اثر متقابل

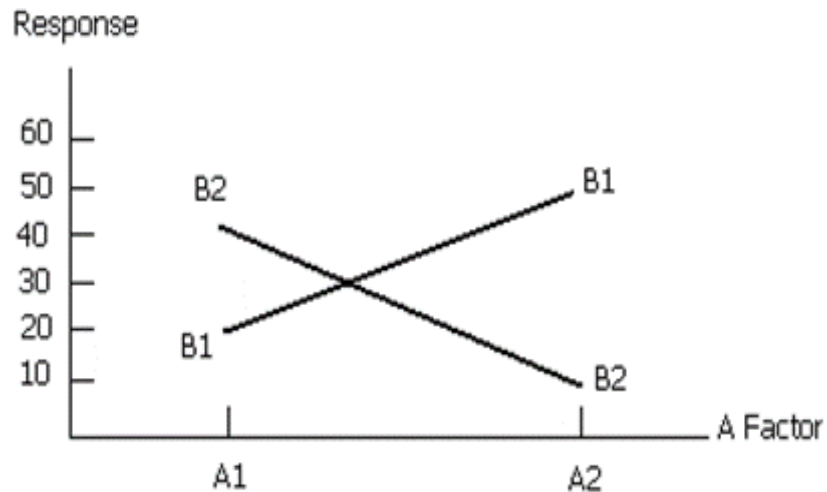
		عامل B	
		B_1	B_2
عامل A	A_1	۲۰	۴۰
	A_2	۵۰	۱۲

آزمایش عاملی بدون اثر متقابل



خطوط موازی دلالت بر عدم وجود اثر متقابل بین عوامل A و B می کند.

آزمایش عاملی با اثر متقابل



خطوط شکسته نشانه ای از وجود اثر متقابل بین عوامل A و B است.

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

طرح های عاملی با ۲ عامل:

ساده ترین انواع طرح های عاملی شامل تنها دو عامل یا مجموعه تیمار است. a سطح برای عامل A و b سطح برای عامل B وجود دارند، و این ها در یک طرح عاملی قرار می گیرند. یعنی هر تکرار آزمایش شامل ab ترکیب مختلف تیمار است. در حالت کلی n تکرار وجود دارد. فرض شود که y_{ijk} پاسخ مشاهده شده، برای k امین تکرار ($k=1,2,\dots,n$) باشد، برای هنگامی که عامل A در سطح i ($i=1,2,\dots,a$) و عامل B در سطح j ($j=1,2,\dots,b$) است.

روش فاکتوریل

طرح های عاملی با ۲ عامل:

		عامل B		
		۱	...	b
عامل A	۱	y_{111}, \dots, y_{11n}	...	y_{1b1}, \dots, y_{1bn}
	
	a	y_{a11}, \dots, y_{a1n}	...	y_{ab1}, \dots, y_{abn}

طرح های عاملی با ۲ عامل:

ترتیب انتخاب abn مشاهده، تصادفی است، به طوری که این طرح یک طرح کاملاً تصادفی شده است. مشاهدات را می توان با مدل خطی آماری، به صورت رابطه زیر بیان کرد:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} : i = 1, 2, \dots, a; j = 1, 2, \dots, b; k = 1, 2, \dots,$$

μ میانگین کل اثر

τ_i اثر سطح i ام عامل سطر A

β_j اثر سطح j ام عامل ستون B

$(\tau\beta)_{ij}$ اثر متقابل میان τ_i و β_j

ε_{ijk} مولفه خطای تصادفی

طرح های عاملی با ۲ عامل:

فرمول های محاسبه مجموع مربعات نیز به صورت زیر می باشند:

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$

$$SS_A = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{abn}$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^b \frac{y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn}$$

$$SS_{AB} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{abn} - SS_A - SS_B$$

$$SS_{error} = SS_{total} - SS_{system(ABC)} = SS_{total} - SS_A - SS_B - SS_{AB}$$

روش فاکتوریل

طرح های عاملی با ۲ عامل:

منبع تغییر	مجموع مربعات	درجات آزادی	میانگین مربعات	F_0
تیمارهای A	SS_A	$a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{a - 1}$	$\frac{MS_A}{MS_{error}}$
تیمارهای B	SS_B	$b - 1$	$MS_B = \frac{SS_B}{b - 1}$	$\frac{MS_B}{MS_{error}}$
اثر متقابل AB	SS_{AB}	$(a - 1)(b - 1)$	$MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{(a - 1)(b - 1)}$	$\frac{MS_{AB}}{MS_{error}}$
خطا	SS_{error}	$ab(n - 1)$	$MS_{error} = \frac{SS_{error}}{ab(n - 1)}$	-
کل	SS_{total}	$abn - 1$		-

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

طرح های عاملی 2^k

مدل آماری برای یک طرح 2^k شامل k اثر اصلی، $\binom{k}{2}$ اثر متقابل دو عاملی، $\binom{k}{3}$ اثر متقابل سه عاملی و غیره، و یک اثر متقابل k عاملی است. یعنی برای طرح 2^k مدل کاملی آماری شامل 2^{k-1} اثر است. برای برآورد یک اثر یا برای محاسبه مجموع مربعات یک اثر، ابتدا باید مقابله مربوط به آن اثر تعیین شود. به طور کلی، مقابله اثر $AB\dots K$ با باز کردن طرف راست رابطه:

$$(Contrast)_{AB\dots K} = (a \pm 1)(b \pm 1) \dots (k \pm 1)$$

در بسط رابطه فوق، با قرار دادن نماد (۱) به جای عدد یک در عبارت نهایی از جبر معمولی استفاده می شود. داخل هر پرانتز علامت یک را منفی گرفته، اگر عامل شامل اثر باشد و آن را مثبت گرفته، اگر عامل شامل اثر نباشد.

طرح های عاملی 2^k

به محض محاسبه مقابله اثرها، می شود برآورد اثرها و مجموع مربعات اثرها را به ترتیب بر اساس زیر محاسبه کرد، که در آن n تعداد تکرارهاست:

$$AB \dots K = \frac{2}{n \cdot 2^k} [(Contrast)_{AB \dots K}]$$

$$SS_{AB \dots K} = \frac{2}{n \cdot 2^k} [(Contrast)_{AB \dots K}]^2$$

روش فاکتوریل

طرح های عاملی 2^k

انواع اثرها	منبع تغییر	مجموع مربعات	درجات آزادی
k اثر اصلی	A	SS_A	1
	⋮	⋮	⋮
	K	SS_K	1
$\binom{k}{2}$ اثر متقابل دو عاملی	AB	SS_{AB}	1
	⋮	⋮	⋮
	JK	SS_{JK}	1
$\binom{k}{3}$ اثر متقابل سه عاملی	ABC	SS_{ABC}	1
	⋮	⋮	⋮
	IJK	SS_{IJK}	1
$\binom{k}{k} = 1$ اثر متقابل k عاملی	ABC...K	$SS_{AB...K}$	1
-	خطا	SS_{error}	$2^k(n - 1)$
-	مجموع	SS_{total}	$n \cdot 2^k - 1$

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

تحلیل رگرسیون

در بسیاری از مسائل، دو یا چند متغیر به هم وابسته اند، و مدل بندی و بررسی این بستگی مهم است. به طور کلی، گیریم یک متغیر وابسته یا پاسخ y وجود داشته باشد که به k متغیر مستقل یا متغیر رگرسور مثلا x_1, x_2, \dots, x_k وابسته است. بستگی بین این متغیرها به وسیله مدلی ریاضی که آن رابطه رگرسیون نامیده می شود، مشخص می گردد. عملا یک مدل رگرسیونی، به مجموعه داده های نمونه برازش می یابد.

در بعضی موارد، آزمایشگر شکل دقیق بستگی تابعی بین y و x_1, x_2, \dots, x_k مثلا $y = \phi(x_1, x_2, \dots, x_k)$ را می داند. اما در بسیاری از موارد بستگی واقعی تابعی نامعلوم است، و آزمایشگر خود یک تابع مناسب را برای تقریب کردن ϕ برمی گزیند. برای تقریب کردن توابع، از مدل های چندجمله ای زیاد استفاده می کنند. در اکثر مواقع، در تحلیل داده های مربوط به آزمایش های طرح نشده، مانند آنچه ممکن است از مشاهدات پدیده های کنترل نشده یا گزارشات تاریخی پیش بیاید از روش های رگرسیونی استفاده می شود. در آزمایش های طرح شده نیز، تحلیل رگرسیون بسیار مفید است. در یک آزمایش طرح شده تحلیل واریانس به معلوم کردن عوامل مهم کمک می کند و از رگرسیون در ساختن یک مدل کمی که عوامل مهم را به پاسخ ربط می دهد، استفاده می شود.

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

رگرسیون خطی ساده:

در رگرسیون خطی ساده، قرار است بستگی موجود بین تک متغیر مستقل X و متغیر پاسخ، y ، تعیین شود. معمولاً، متغیر مستقل X که قابل کنترل به وسیله آزمایشگر است، متغیری پیوسته گرفته می شود. پس از آن، اگر آزمایش طرح شده باشد، با انتخاب مقادیر X ، مقدار متناظر y مشاهده می گردد. اگر فرض شود که بستگی واقعی بین X و y یک خط مستقیم و در هر سطح X ، مشاهده y یک متغیر تصادفی باشد. حال مقدار امید ریاضی y برای هر مقدار X به صورت زیر می باشد:

$$E(y|x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

پارامترهای β_0 و β_1 خط مستقیم مقادیر ثابت نامعلوم هستند.

فرض می شود هر مشاهده y را بتوان با مدل زیر توصیف کرد:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

ε خطای تصادفی با میانگین صفر و واریانس σ^2 است. پذیرفته میشود که ε ها، متغیرهای تصادفی ناهمبسته اند. مدل رگرسیونی فوق که شامل تنها یک متغیر مستقل X است، اغلب مدل خطی ساده رگرسیونی گفته می شود.

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده:

اگر n جفت داده، وجود داشته باشد، می توان به روش کمترین مربعات، پارامترهای مدل را برآورده ساخته و بدین ترتیب:

$$y_j = \beta_0 + \beta_1 x_j + \varepsilon_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

و تابع کمترین مربعات به صورت زیر می باشد:

$$L = \sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2 = \sum_{j=1}^n (y_j - \beta_0 + \beta_1 x_j)^2$$

اگر مدل فوق را به صورت زیر نوشته شود:

$$y = \beta'_0 + \beta_1(x - \bar{x}) + \varepsilon$$

که در آن:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j, \beta'_0 = \beta_0 + \beta_1 \bar{x}$$

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده:

با کمینه سازی تابع کمترین مربعات، مدل به صورت زیر برازنده می شود.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$$

که در آن:

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}'_0 - \hat{\beta}_1 \bar{x}, \hat{\beta}'_0 = \bar{y} = \sum_{j=1}^n y_j, \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{j=1}^n y_j (x_j - \bar{x})}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}$$

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

رگرسیون خطی چندگانه:

در رگرسیون خطی چندگانه، بسیاری از مسائل رگرسیون شامل بیش از یک متغیر مستقل اند. مسئله کلی برازش مدل:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

پارامترهای نامعلوم $\{\beta_j\}$ را معمولاً ضرایب رگرسیونی می‌گویند. مدل فوق، یک ابر صفحه را در فضای k بعدی از متغیرهای مستقل $\{X_i\}$ توصیف می‌کند. برای برآورد ضرایب رگرسیونی از روش کمترین مربعات استفاده می‌شود.

تحليل رگرسيون

رگرسيون خطي چندگانه:

با فرض $n > k$ مشاهده و فرض x_{iz} ، زامين مشاهده يا سطح متغير x_i

	x_1	x_2	...	x_k
y_1	x_{11}	x_{21}	...	x_{k1}
y_2	x_{12}	x_{22}	...	x_{k2}
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
y_n	x_{1n}	x_{2n}	...	x_{kn}

تحليل رگرسيون

رگرسيون خطي چندگانه:

می توان مدل را برحسب داده ها به صورت زیر نوشت:

$$y_j = \beta_0 + \beta_1 x_{1j} + \beta_2 x_{2j} + \dots + \beta_k x_{kj} + \varepsilon_j = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_{ij} + \varepsilon_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

مانند حالت رگرسيون خطي ساده، عرض از مبدا، به صورت زیر تعريف می شود:

$$\beta'_0 = \beta_0 + \beta_1 \bar{x}_1 + \beta_2 \bar{x}_2 + \dots + \beta_k \bar{x}_k$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}$$

متوسط سطح i امين متغير پاسخ است.

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی چندگانه:

پس مدل فوق عبارت است از:

$$y_j = \beta'_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i (x_{ij} - \bar{x}_i) + \varepsilon_j$$

و تابع کمترین مربعات:

$$L = \sum_{j=1}^n \left[y_j - \beta'_0 - \sum_{i=1}^k \beta_i (x_{ij} - \bar{x}_i) \right]^2$$

با کمینه کردن تابع کمترین مربعات، پارامترهای $\beta_k, \dots, \beta_1, \beta'_0$ به دست می آیند. برای هر ضریب نامعلوم رگرسیونی، یک رابطه، یعنی جمعا $p=k+1$ رابطه نرمال وجود دارد. جواب های معادلات نرمال برآورد کننده های کمترین مربعات، $\hat{\beta}_k, \dots, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}'_0$ هستند.

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی چندگانه:

اگر معادلات، ابتدا با نماد ماتریسی بیان شود، حل معادلات نرمال ساده تر می شود. مدل برحسب مشاهدات، را می توان با نماد ماتریس به صورت زیر نوشت:

$$y = X\beta + \varepsilon$$

که در آن:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} - \bar{x}_1 & x_{21} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{k1} - \bar{x}_k \\ 1 & x_{12} - \bar{x}_1 & x_{22} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{k2} - \bar{x}_k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} - \bar{x}_1 & x_{2n} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{kn} - \bar{x}_k \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0' \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

y بردار $(n \times 1)$ پاسخ ها

X ماتریس $(n \times k)$ سطوح متغیرهای مستقل

β بردار $(k \times 1)$ ضرایب رگرسیونی

ε بردار $(n \times 1)$ خطاهای تصادفی

رگرسیون خطی چندگانه:

تابع کمترین مربعات به صورت زیر است:

$$L = \sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2 = \varepsilon^T \varepsilon = (y - X\beta)^T (y - X\beta)$$

به این ترتیب:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

و پاسخ نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(x_1 - \bar{x}_1) + \dots + \hat{\beta}_k(x_k - \bar{x}_k)$$

پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

روش رویه پاسخ

روش شناسی رویه پاسخ، گردایه ای از تکنیک های ریاضی و آمار است که برای مدل بندی و تحلیل مسائلی که پاسخ مورد نظر تحت تاثیر چندین متغیر قرار می گیرد، مفید است و هدف آن بهینه سازی این پاسخ است. دراکثر مسائل مربوط به روش شناسی رویه پاسخ، صورت بستگی بین پاسخ و متغیرهای مستقل نا-معلوم است. پس اولین قدم در رویه پاسخ، یافتن تقریبی مناسب برای بستگی واقعی موجود بین پاسخ و مجموعه متغیرهای مستقل است. معمولا از چند جمله ای های مرتبه پایین در ناحیه ای از مقادیر متغیرهای مستقل استفاده می شود. اگر پاسخ به خوبی، بوسیله یک تابع خطی از متغیرهای مستقل مدل بندی شده باشد، آن گاه تابع تقریب کننده، برای مدل مرتبه اول به صورت زیر خواهد بود:

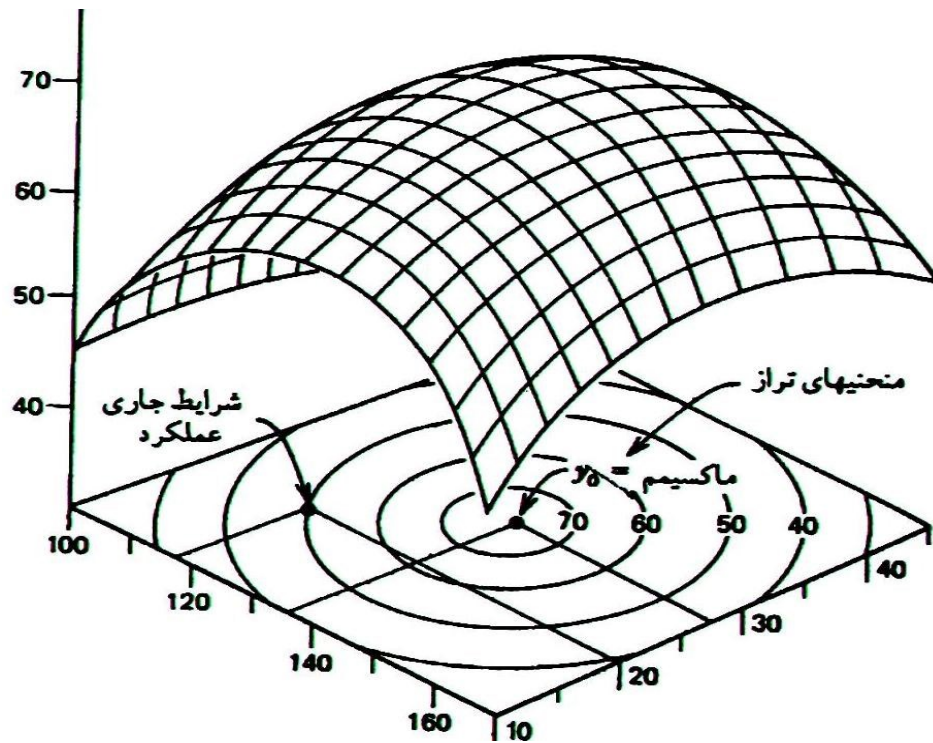
$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_K x_K + \varepsilon$$

اگر در سیستم، خمیدگی وجود داشته باشد، آن گاه باید از چندجمله ای های مرتبه بالاتر، مانند مدل مرتبه دوم استفاده کرد.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

روش رویه پاسخ

رویه پاسخ و منحنی های تراز مربوطه



پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

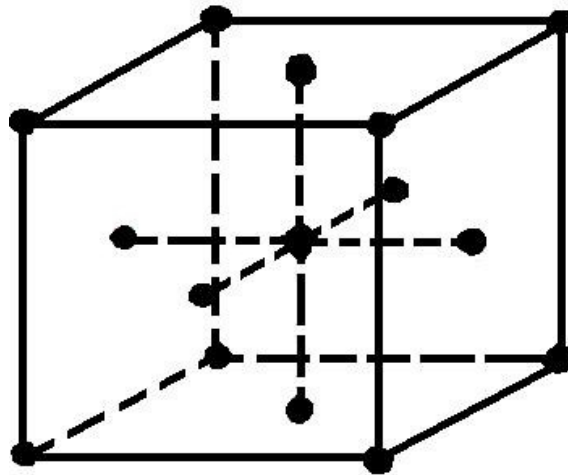
طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

طرح های برازش مدل مرتبه دوم:

یک طرح مرکب مرکزی متمرکز، با مقدار سه برای k در شکل نشان داده شده است. از این طرح مرکب مرکزی، گاهی به این دلیل استفاده می شود که این طرح تنها نیاز به سه سطح برای هر عامل دارد و در عمل معمولاً تغییر سطوح عامل، مشکل است. اما طرح های مرکب مرکزی متمرکز شده در وجوه، دوران پذیر نیستند، و این وضع نامساعد جدی قلمداد می شود.

طرح مرکب مرکزی متمرکز شده در وجوه برای $k=3$



پیشگفتار

طراحی آزمایش و بهینه سازی

روش فاکتوریل (تک عاملی)

تحلیل واریانس

تحلیل مدل اثرهای تثبیت شده

تجزیه کل مجموع مربعات

تحلیل آماری

روش فاکتوریل (چند عاملی)

طرح عاملی با ۲ عامل

طرح عاملی 2^k

تحلیل رگرسیون

رگرسیون خطی ساده

رگرسیون خطی چندگانه

روش رویه پاسخ

طرح برازش مدل مرتبه دوم

روش تندترین صعود

روش تندترین صعود:

مدل برازنده شده به صورت زیر است:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^K \hat{\beta}_j x_j$$

رویه مرتبه اول پاسخ، یعنی منحنی های تراز \hat{y} ، یک سری خطوط موازی هستند. مسیر تندترین صعود مسیری است که طی آن، \hat{y} با حداکثر سرعت اضافه می شود. این مسیر با قائم بر رویه پاسخ برازنده شده، موازی است.

معمولا برای مسیر تندترین صعود، خطی در نظر گرفته می شود که از مرکز ناحیه مورد نظر گذشته و قائم بر رویه برازنده شده باشد. پس، گام ها در طول مسیر متناسب با ضرائب رگرسیونی هستند. اندازه واقعی گام به وسیله آزمایشگر و بر مبنای اطلاع از فرآیند یا ملاحظات عملی دیگر است.

- [۱] م. آزادی، تحلیل و بهبود رفتار NVH بدنه یک خودروی سواری بر اساس روش DOE، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۷.
- [۲] ف. احدی، بهینه‌سازی نوع و ضخامت پوشش حائل حرارتی به منظور بهبود بازدهی و توان موتور استرلینگ نوع گاما، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه سمنان، ۱۳۹۸.
- [3] D. C. Montgomery, Design and analysis of experiments, Wiley, New York, 2012.
- [4] M. Azadi, M. Farzannasab, Evaluation of high-cycle fatigue behavior in compact bones at different loading frequencies, Meccanica, 2018.
- [5] M. Azadi, M. Iziy, A. Marbout, M. Azadi, A. Hajjali Mohammadi, Optimization of solution temperature and time in nickel-based superalloy of engine turbo-charger based on hardness by design of experiment, Engine Research, Vol. 43, pp. 63–70, 2016.
- [6] S. Safarloo, F. Loghman, M. Azadi, M. Azadi, Optimal design experiment of ageing time and temperature in inconel-713C superalloy based on hardness objective, Transactions of the Indian Institute of Metals, Vol. 71, pp. 1563-1572, 2018.
- [۷] م. آزادی، غ. فرهی، بررسی مکانیزم‌های خرابی در پوشش‌های حائل حرارتی تحت بارگذاری خستگی هم‌دما و غیرهم‌دما با طراحی آزمایش‌ها، فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی مکانیک جامدات، ۱۳۹۵.
- [۸] م. آزادی، م. ایزی، آ. مربوط، م. آزادی، ع. ح. ع. محمدی، بهینه‌سازی دما و زمان انحلال در ابرهمبسته پایه نیکل پرخوران موتور براساس سختی به روش طراحی آزمایش‌ها، فصلنامه علمی - پژوهشی تحقیقات موتور، ۱۳۹۵.

با تشکر از دغدغه شما برای یادگیری

با آرزوی موفقیت در مسیری که انتخاب کرده اید!؟

(با هدف گذاری...؟ و با برنامه ریزی برای رسیدن به هدف...؟)

Email: m.azadi.1983@gmail.com



Powerful statistical software everyone can use



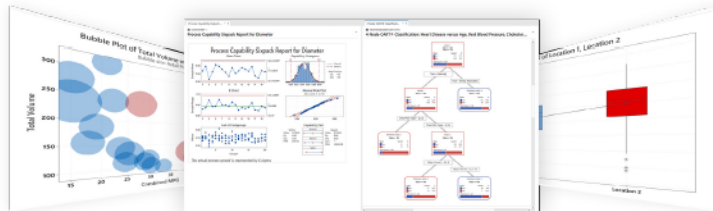
Reference: **Minitab brochure**
www.minitab.com/en-us/products/minitab/



Don't just see your data. Act on it.
Minitab can visualize, analyze and harness the power of your data to solve your toughest business problems.

Minitab has the market's most trusted statistical tools to take advantage of your data, discover trends, predict patterns, uncover hidden relationships between variables, visualize data interactions and identify important factors to answer even the most challenging of questions and problems.

With the power of statistics and data analysis on your side, the possibilities are endless.



Harness the power of statistics

Minitab empowers all parts of an organization regardless of stage in their analytical journey through our comprehensive set of statistical tools for exploring data, illustrating insights, predicting future trends and leveraging our industry-leading support.



Discover

Highly reputable and robust data analysis tool with an easy-to-use and intuitive interface for both new and seasoned users alike, Minitab enables you to make better data-driven decisions right at your fingertips.

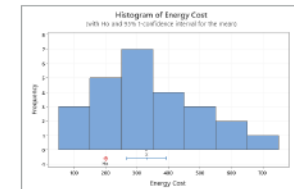
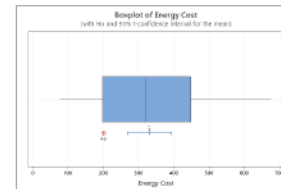


Greater Opportunities and Decision-Making Capabilities

Project better outcomes, design better products, improve processes and feel empowered by your data, regardless of your statistical background.

Drive Business Excellence

Make better and faster decisions through Minitab's unique, integrated software and services. Key statistical tests include t tests, one and two proportions, normality test, chi-square and equivalence tests.



See our full list of features at minitab.com/products/minitab/features-list



Predict

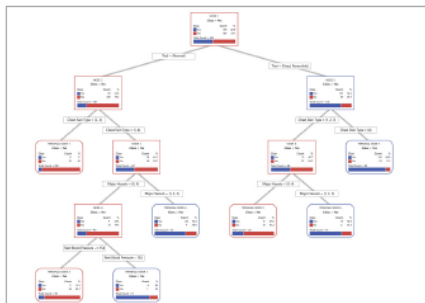
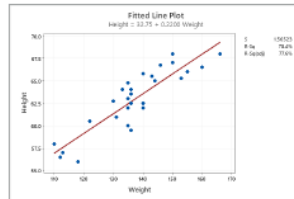
Business is ever evolving. Look further into your future and forecast trends to make better decisions, eliminate unnecessary costs and stop mistakes before they happen.

Dive Deep In Your Data

Access modern data analysis and our advanced analytics tools like factor analysis and cluster variables.

Forecast Your Business

Rapidly and expertly predict with our revolutionary machine learning techniques like Classification and Regressions Trees (CART®) and logistic regression.



Achieve

Seeing is believing. Put your data and findings to work on your behalf with key visualizations to gain influence and buy-in within your organization.

Communicate Insights with Ease

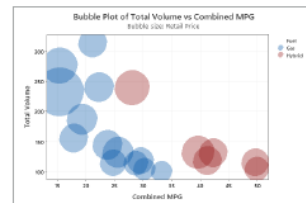
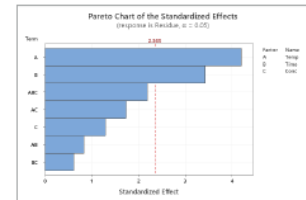
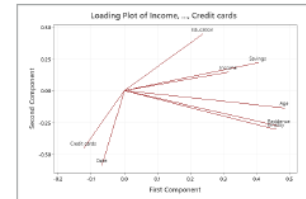
Visually share your findings, output and achievements through scatterplots, bubble plots, boxplots, dot plots, histograms, charts, time series plots and more then export in one click to Microsoft PowerPoint, Word, Minitab Workspace, or Companion by Minitab.

Explore and Modify Quickly

Graphs seamlessly update if data changes, while the brushing feature can zoom into sections of your graph to explore points of interest in more detail.

Work Flexibly with the Analytics Community

Our Python Integration allows you to call scripts from Minitab to leverage open-source methods and work more closely with teams in your company.



Minitab – your partner in your analytics journey

Leverage our comprehensive set of statistics for data analysis in your organization or role.

Visualizations and the right statistical methods to enable data-driven decisions leading to better decisions and better business outcomes.



For Quality

Measurement System Analysis

- Gage studies
- Attribute agreement analysis

Capability Analysis

- Capability Sixpack* – Quickly assess the assumptions for normal and non-normal capability analysis and focus only on the major indices of process capability

Control Charts

- Variable, attribute
- Multivariate
- Time weighted
- Rare event charts

Acceptance Sampling

Tolerance Intervals



For Reliability Engineering

Distribution Analysis

- Arbitrary censoring (left, right or interval censoring)
- Weibull analysis
- Censored data

Warranty Analysis

Repairable Systems Analysis

Test Plans

- Demonstration
- Estimation (sample size for distribution analysis)
- Accelerated Life Test

Regression with Life Data

Probit Analysis



For Product Development

Design of Experiments (DOE)

- Screening designs
- Full factorial
- Fractional factorial
- Response surface
- Mixture

Power and Sample Size

Tolerance Intervals

- Normal and non-normal distributions



For Business Analytics

Statistical Modeling

- Regression
- Non-linear regression
- Multivariate models
- Cluster analysis
- Classification and Regression Trees (CART®)

Time Series Analytics

- ARIMA modeling
- Time series / forecasting

Multivariate Methods

Chi-Square Test for Association

Correlation



For Process Validation

Stage 1 Process Design

- Measurement systems analysis
- Hypothesis testing
- Regression / ANOVA
- Process capability

Stage 2 Process Qualification

- Control charts

- Capability analysis
- Tolerance Intervals

Stage 3 Continued Process Validation

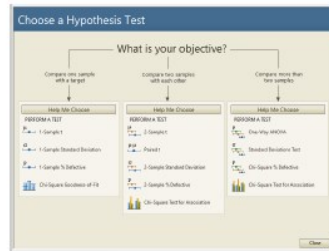
- Measurement systems analysis
- Acceptance sampling
- Control charts

Expert Guidance at Every Step

From beginner to advanced users, Minitab is by your side while you discover, predict and achieve through data analysis.

Access built-in guidance through **Minitab's Assistant**, our interactive feature that leads you through your analysis and even helps you interpret and present results.

1. Choose the right statistical tool using our Interactive decision tree.
2. Follow our clear guidelines to ensure your analysis is effective and you get results quickly with simplified dialogs.
3. Confidently interpret your findings with detailed reports that are simple to understand and export.



Start with our free resource **Minitab Quick Start** to introduce you to Minitab's basic functions, like importing data, and general navigation to help get you started.

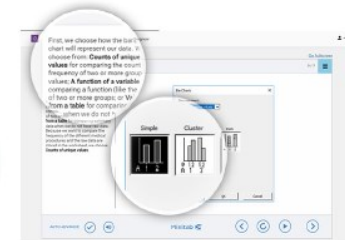
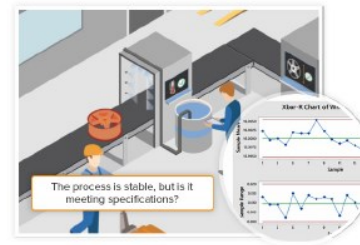


Minitab Quick Start™

Use our e-learning course **Quality Trainer**™ with animated lessons, quizzes, and hands-on exercises to help you easily practice, understand and learn statistics.

Quality Trainer™

*Quality Trainer is sold separately.



Take advantage of our **Industry-leading support** and Minitab expert statisticians, including both public and private in-person trainings and one-on-one support and consulting to work through your specific business challenges.



Minitab Statistical Software Licensing Options

Minitab offers licensing options for individual users and concurrent licensing for sharing a license across multiple users. Technical support is included for all currently licensed users through the life of the release.

- 32-bit and 64-bit available
- Available for Mac



Our multi-user concurrent licensing option allows users to share "seats" offering unparalleled flexibility and value.

Now you can purchase a stand-alone annual license of Minitab Statistical Software and get many of the same benefits as our larger license holders.

Academic Pricing

Special pricing is available for qualified academic institutions who wish to purchase Minitab Statistical Software.

Government Pricing

As a United States General Services Administration (GSA) contract holder, Minitab, LLC, provides federal, state and local government agencies with software, training and maintenance through the GSA Advantage system or by contacting a Minitab representative.

Ease of Use

What I really appreciate about the usability [of Minitab] is that you don't have to be an expert in stats to be able to use it and to be able to get value from it.

Quality Manager, Manufacturing Organization

Visualization

Minitab made that information so clear not only through the statistical output that you get, but also through all of the graphical output that you can do and that you cannot do in some of the other software programs.

Six Sigma Master Black Belt, Top Automotive Company

Self-Help & Training

I owe a lot of credit to where I'm at today from the training I got at Minitab. From the capabilities it has given me — it just ignited the passion in me to apply statistics to manufacturing.

Manager, Medical Device Organization

Customer Support

There's actually people on the other end of the phone that can help you get there. That's awesome.

Manager, Manufacturing Organization



انواع نرم افزارهای تحلیل آماری:

نرم افزار تحلیل آماری SPSS

نرم افزار تحلیل آماری SAS

نرم افزار تحلیل آماری Lisrel

نرم افزار تحلیل آماری Statistica

نرم افزار تحلیل آماری Minitab

نرم افزار تحلیل آماری NCSS

نرم افزار تحلیل آماری Eview

نرم افزار تحلیل آماری R

نرم افزار تحلیل آماری Expert Choice

نرم افزار تحلیل آماری Microfit

مقایسه ۵ نرم افزار آماری بر کاربرد

۱- استفاده آسان ۲- یادگیری ۳- عمق روش منویی ...



۱- استفاده آسان:

در این بخش SPSS و Minitab بهترین هستند هر چند که SAS نیز در آخرین ویرایش خود سعی کرده منوهای بیشتری در اختیار کسانی قرار دهند که حوصله برنامه نویسی ندارند.

۲- یادگیری:

در این بخش هم مانند قبل SPSS و Minitab بهترین هستند. SAS و R سخت ترین نرم افزارها جهت یادگیری و STATA در مرز این دو گروه قرار دارد.

۳- عمق روش منویی:

این موضوع اشاره به طیف وسیعی از امکانات منو در نرم افزار دارد که SPSS از این لحاظ بهترین است. بعد از آن نیز Minitab. در این مورد R ضعیف ترین است.

۴- کیفیت و سهولت استفاده از روش آماری ارائه شده:

در این قسمت R و SAS بهترین هستند.

۵- اصلاح مشخصات خروجی:

این معیار به طیف وسیعی از گزینه های خروجی یک سیستم برای هر یک از روش های تحلیلی آن اشاره دارد. برای مثال، SPSS طیف بسیار گسترده ای از گزینه های خروجی از آمار توصیفی، GLM آنالیز واریانس، رگرسیون را ارائه می دهد. Minitab ارائه گزینه های به مراتب کمتر است.

۶- سهولت تبدیل خروجی به فرمت های دیگر مانند APA:

SF بهترین نرم افزار است.

بی از خروجی گرافیکی:

SAS بهترین هستند.

از داده هایی با حجم بالا:

د که SAS به قدر به مدیریت پایگاه داده های بزرگ است. این قابلیت SAS ن آوری نرم افزارها برای داده کاوی، قرار داده است.

بی:

SF در مکان اول قرار دارد.

مندی اسناد:

S بهترین و R بدترین است.

نام نرم افزار	شرکت توسعه دهنده	سیستم عامل	متن باز	رابط کاربری	زبان توسعه نرم افزار	زبان Scripting
Minitab	Minitab Inc.	ویندوز	خیر	تصویری / خط فرمان	-	-
R	R Foundation	Mac OS / ویندوز / لینوکس	بله	تصویری / خط فرمان	C, Fortran, R	R language, Python
SAS	SAS Institute	ویندوز / لینوکس	خیر	تصویری / خط فرمان	C	SAS language
SPSS	IBM	/Mac OS ویندوز / لینوکس	خیر	تصویری / خط فرمان	Java	R, Python, SaxBasic

نام نرم افزار	شرکت توسعه دهنده	سیستم عامل	متن باز	رابط کاربری	زبان توسعه نرم افزار	زبان Scripting
Minitab	Minitab Inc.	ویندوز	خیر	تصویری / خط فرمان		–
R	R Foundation	Mac OS/ ویندوز/ لینوکس	بله	تصویری / خط فرمان	C, Fortran, R	R language, Python
SAS	SAS Institute	ویندوز/ لینوکس	خیر	تصویری / خط فرمان	C	SAS language
SPSS	IBM	/Mac OS ویندوز/ لینوکس	خیر	تصویری / خط فرمان	Java	R, Python, SaxBasic